

پاسخنامه تشریحی

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

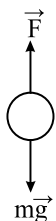
$$\Delta y_1 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 36 \Rightarrow \Delta y_1 = -180(m)$$

$$\Delta y_2 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 64 \Rightarrow \Delta y_2 = -320(m)$$

$$\Delta y = -320 + 180 = -140(m)$$

۱

۲ واکنش نیروی وزن از طرف سیب به زمین
واکنش نیروی شاخه از طرف سیب به شاخه



۲

۳ رابطه تغییر طول فنر را در هر دو حالت می‌نویسیم. نیروی وارد بر فنر با وزن هر وزنه برابر است.

$$F = kx \rightarrow \begin{cases} 60 = k(16 - L_0) & (1) \\ 90 = k(18 - L_0) & (2) \end{cases} \xrightarrow{(2) \div (1)} \frac{90}{60} = \frac{18 - L_0}{16 - L_0} \Rightarrow L_0 = 12cm$$

۳

۴

نادرست

الف

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{-2g\Delta y}$$

نادرست، شتاب حرکت ثابت و برابر g است.

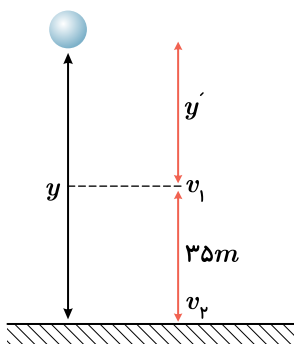
ب

۵ روش اول: سنگ در مدت ۱s آخر حرکت مسافت ۳۵m را طی کرده است. بنابراین داریم:

$$\Delta y = v_{av} \Delta t$$

$$35 = v_{av} \times 1 \Rightarrow v_{av} = 35 \frac{m}{s}$$

۵



از طرفی شتاب حرکت $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است، یعنی بعد از گذشت ۱s به سرعت قبلی $10 \frac{m}{s}$ افزوده می‌شود.

$$v_{av} = \frac{v_f + v_1}{2} \xrightarrow{v_f = v_1 + 10} \frac{v_1 + 10 + v_1}{2} = 35$$

$$\Rightarrow 2v_1 + 10 = 70 \Rightarrow v_1 = 30 \frac{m}{s}$$

$$v_f = -2gy' \Rightarrow 900 = -20y' \Rightarrow y' = -45m$$

بنابراین ارتفاع y برابر است با:

$$y = 35 + 45 = 80m$$

روش دوم: با استفاده از مسافت‌های طی شده در ثانیه‌های متوالی در حرکت سقوط آزاد، داریم:

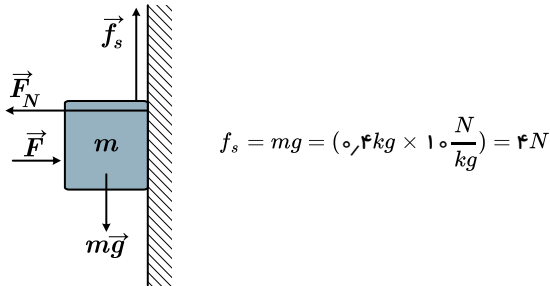
ثانیه t (s)	۱	۲	۳	۴
مسافت پیموده شده (m)	۵	۱۵	۲۵	۳۵

مجموع مسافت‌های طی شده تا ثانیه چهارم برابر است با:

$$y = 5 + 15 + 25 + 35 = 80m$$

همان‌طور که گفتیم، اگر در حرکت قائم شتاب رو به بالا باشد، نیروی عمودی سطح و مقداری که نیروسنج نشان می‌دهد، بیشتر از وزن جسم است و اگر شتاب رو به پایین باشد، نیروی عمودی سطح و مقداری که نیروسنج نشان می‌دهد، کمتر از وزن است. وقتی فرد شروع به نشستن می‌کند، شتابی به سمت پایین می‌گیرد؛ بنابراین نیروی عمودی سطح او کمتر از وزن است و نیروسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد اما در انتهای حرکت نشستن، حرکت رو به پایین کند می‌شود؛ یعنی فرد شتابی رو به بالا می‌گیرد؛ بنابراین نیروی عمودی سطح از وزن واقعی بیشتر می‌شود. بنابراین نیروسنج ابتدا عددی کمتر و سپس عددی بیشتر از وزن نشان می‌دهد.

با توجه به شکل روبه‌رو، برای اینکه جسم به پایین نلغزد، باید $f_s = mg$ باشد، بنابراین داریم:



در اینجا نیروی عمودی سطح در راستای افقی است و جسم در این راستا حرکت نمی‌کند:

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F$$

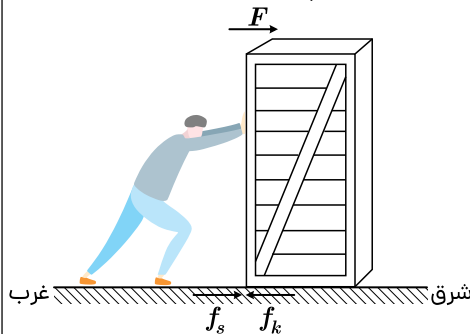
از طرفی چون حداقل نیرو F را خواسته است، داریم:

$$f_s \leq f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s F$$

$$\Rightarrow 4N \leq 0.1 \times F \Rightarrow \frac{4N}{0.1} \leq F \Rightarrow 40N \leq F$$

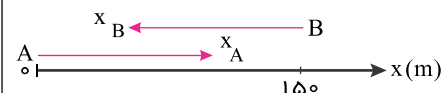
بنابراین نیروی F حداقل باید $40N$ باشد.

الف) مطابق شکل، جعبه در جهت شرق حرکت می‌کند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جعبه در جهت غرب است، آن را در شکل با f_k نشان داده‌ایم.



ب) شخص در جهت شرق به جعبه نیرو وارد می‌کند. طبق قانون سوم نیوتون جعبه به شخص نیرویی در جهت غرب وارد می‌کند. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر شخص، در جهت شرق است. آن را در شکل با f_s نشان داده‌ایم.

۹ راه اول: حداکثر زمان، یعنی دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند و در فاصله 50 متری قرار می‌گیرند.



$$v_B = 54 \frac{km}{h} = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \frac{m}{s}$$

ابتدا معادلات حرکت را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{A0} = 10t$$

$$x_B = v_B t + x_{B0} = -15t + 150$$

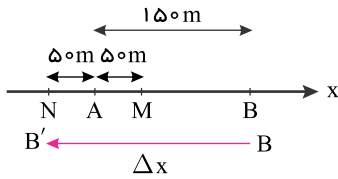
با توجه به شکل در لحظه خواسته شده:

$$x_A - x_B = 50$$

$$10t - (-15t + 150) = 50$$

$$25t = 200 \Rightarrow t = 8s$$

راه دوم: از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم A ساکن است و B حرکت می‌کند. ابتدا B در نقطه M و سپس در N به 50 متری A می‌رسد:

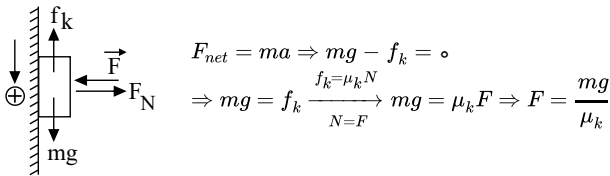


تندی نسبی جمع تندی‌های متحرک است:

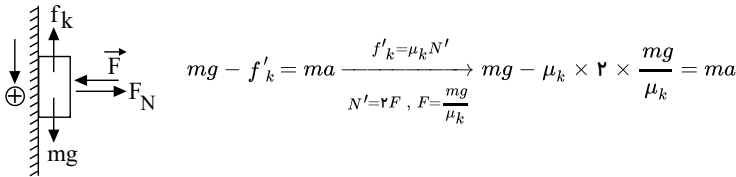
$$v' = v_A + v_B$$

$$t = \frac{\Delta x}{v'} = \frac{150 + 50}{10 + 15} = 8s$$

۱۰ در حالت اول که جسم با سرعت ثابت پایین می‌آید، شتاب صفر است و بنابراین اندازه نیروی اصطکاک با اندازه وزن جسم برابر است.



با دو برابر شدن اندازه نیروی افقی \vec{F} ، اندازه نیروی اصطکاک افزایش یافته و حرکت جسم کندشونده شده و شتاب حرکت به سمت بالا می‌گردد. با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین، شتاب حرکت را در این لحظه به دست می‌آوریم.



$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t, t = 2s \Rightarrow a = -g \xrightarrow{v_0 = 40m/s, g = 10 \frac{m}{s^2}} \Delta y = \frac{1}{2} \times (-10) \times 2^2 + 40 \times 2 = 60m$$

۱۱

$$0 \leq t \leq 5s \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-60}{5} = -12m/s \Rightarrow v_f = -12m/s$$

$$5s \leq t \leq 17s \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60}{12} = 5m/s \Rightarrow v_{10} = 5m/s$$

$$a = \frac{v_{10} - v_f}{10 - 5} = \frac{5 - (-12)}{5} = \frac{17}{5}m/s^2$$

۱۲ در بازه زمانی $10s < t < 15s$ نمودار سرعت - زمان خط راست است و شیب ثابتی دارد. پس در تمام لحظه‌های این بازه زمانی شتاب ثابت و برابر شیب این خط است که نقاط ابتدا و انتهای آن به ترتیب $(10s, 30m/s)$ و $(15s, 0m/s)$ هستند. بنابراین:

$$a(13s) = \frac{0m/s - 30m/s}{15s - 10s} = \frac{-30m/s}{5s} = -6m/s^2$$

۱۳ در بازه زمانی $0s$ تا $4s$ که نمودار بالای محور زمان قرار دارد متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است و در بازه زمانی $4s$ تا $14s$ چون نمودار زیر محور زمان قرار دارد متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند. با توجه به رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av(0-4s)} = \frac{v_f - v_0}{4 - 0} \Rightarrow a_{av(0-4s)} = \frac{0 - 20}{4 - 0} = -5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av(0-4s)}| = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{av(4s-14s)} = \frac{v_{14} - v_4}{14 - 4} = \frac{-5 - 0}{10} = -0.5 \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av(4s-14s)}| = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{|a_{av(0-4s)}|}{|a_{av(4s-14s)}|} = \frac{5}{0.5} = 10$$

۱۴ با توجه به اینکه نمودار مکان - زمان متحرک به صورت سهمی است، شتاب آن ثابت است و شتاب متوسط آن در هر بازه زمانی دلخواه همان شتاب ثابت حرکت است. بنابراین برای بازه زمانی صفر تا ۶ ثانیه می توان نوشت:

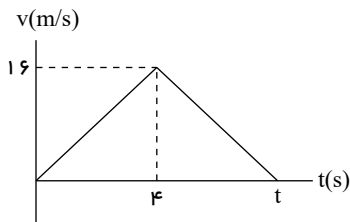
$$\frac{v + v_0}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{0 + v_0}{2} = \frac{10 - (-8)}{6} \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

و در آخر با استفاده از تعریف شتاب داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{0 - 6}{6 - 0} = -1 \frac{m}{s^2}$$

۱۵

نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می کنیم. با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:



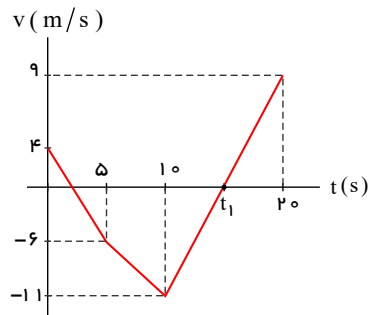
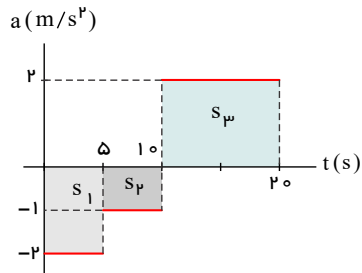
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = S} v_{av} = \frac{16 \times t}{2 \times t} = 8 \frac{m}{s}$$

۱۶ ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم:

$$0 < t < 5 \Rightarrow \Delta v = S_1 = 5 \times (-2) = -10 \Rightarrow v_5 = 4 - 10 = -6 m/s$$

$$5 < t < 10 \Rightarrow \Delta v = S_2 = 5 \times (-1) = -5 \Rightarrow v_{10} = -6 - 5 = -11 m/s$$

$$10 < t < 20 \Rightarrow \Delta v = 2 \times 10 = 20 \Rightarrow v_f = -11 + 20 = 9 m/s$$



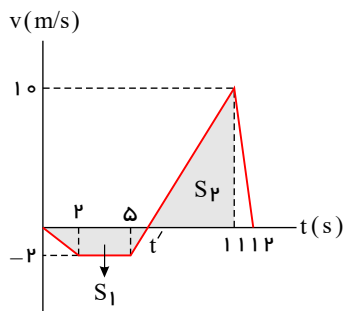
در لحظه t_1 فاصله از مبدأ بیشترین است.

$$\frac{11}{t_1 - 10} = \frac{9}{20 - t_1} \Rightarrow 220 - 11t_1 = 9t_1 - 90$$

$$20t_1 = 310 \Rightarrow t_1 = 15.5(s)$$

۱۷ چون در لحظه t' سرعت متحرک صفر می شود و علامت آن عوض می شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث ها، لحظه ای که سرعت صفر می شود (t') را می یابیم.

$$\frac{2}{t' - 5} = \frac{10}{11 - t'} \Rightarrow t' = 6s$$



با توجه به اینکه مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا ۶s و ۶s تا ۱۲s را می‌یابیم. داریم:

$$S_1 = \frac{6+3}{2} \times 2 = S_1 = 9m \Rightarrow \Delta x_1 = -9m$$

$$S_2 = \frac{6 \times 10}{2} \Rightarrow S_2 = 30m \Rightarrow \Delta x_2 = 30m$$

متحرک در لحظه $t = 0$ در مکان $x_0 = -8m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظه $t' = 6s$ برابر است با:

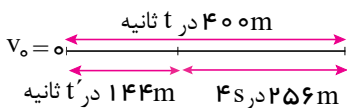
$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow -9 = x_1 - (-8) \Rightarrow x_1 = -17m$$

مکان متحرک در لحظه $t = 12s$ برابر است با:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow 30 = x_2 - (-17) \Rightarrow x_2 = 13m$$

پس در بازه زمانی مشخص شده، در لحظه $t' = 6s$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_1| = 17m$)

۱۸ به شکل زیر نگاه کنید.



چون سرعت اولیه برابر صفر است، با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ می‌توانیم نسبت زیر را بنویسیم:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \left(\frac{t'}{t}\right)^2$$

با توجه به شکل بالا، t' برابر « $t - 4$ » ثانیه، $\Delta x = 400m$ و $\Delta x' = 144m$ است:

$$\frac{144}{400} = \left(\frac{t-4}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{20} = \frac{t-4}{t} \Rightarrow t = 10s, t' = 10 - 4 = 6s$$

سرعت متوسط در $144m$ اول مسیر را می‌خواهد:

$$v_{av[0-6]} = \frac{\Delta x'}{t'} = \frac{144}{6} \Rightarrow v_{av[0-6]} = 24 \frac{m}{s}$$

۱۹

$$(F_{net} = ma \rightarrow mg - f_D = ma \quad a = g - \frac{f_D}{m})$$

با توجه به این رابطه، هر چه m بیشتر باشد، شتاب حرکت بیشتر است؛ در نتیجه $a_1 > a_2$ است.

۲۰ الف)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 100 - 36 = 2a \times 8 \rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

ب)

$$v = at + v_0 \rightarrow 10 = 4t + 6 \rightarrow t = 1s$$